STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

ZC 14

Colloquim topologie,

(1949-1951)

incompl.

J.de Groot.

1951

Prof.dr. J. de Groot,

Colloquium topologie

(1949)

Introduction
to topology
by S. Lefschetz

Syllabus bij het colloquium topologie,
door
Prof. Dr J. de Groot. (Oct.'49)

Hierin worden slechts opgenomen de stellingen met * gemerkt, en enkele stellingen die enige toelichting behoeven.

Hoofdstuk I:

1,1 Als A een bovenste grens heeft, dan bestaat sup. A.

Bewijs: sup A bestaat als A_2 niet leeg is (zie blz. 27 boek).
A heeft bovenste grens (b), dus voor elke $a \in A$ geldt $a \leq b < (b+c)$, $(c > o)$, dus A_2 is niet leeg, q.e.d.

1,2 Als $\{I_n\}$ een krimpende rij segmenten is, dan is $\bigcap I_n$ niet leeg.

Bewijs: $I_n = \{x \mid a_n \leqq x \leqq b_n\}$; $a_1 \leqq a_2 \leqq \ldots$ en $b_1 \geqq b_2 \geqq \cdots$
$\{a_n\}$ is begrensd $(a_n \leqq b_1)$; $\{b_n\}$ idem $(b_n \geqq a_1)$
a_n monotoon niet afnemend, b_n monotoon niet toenemend
dus $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ bestaat, $= a$; $\lim\limits_{n\to\infty} b_n$ bestaat, $= b$ en

$a_n = b_n$, dus $a \leqq b$; $a_n \leqq a \leqq b \leqq b_n$ en het segment $[a,b]$ bevindt zich in alle segmenten.

3,1 Een n-dim.Eucl. ruimte E^n is een open n-cel.

Bewijs: In E^n en in de n-cel voeren we een poolcoördinatenstelsel in:

$$\left.\begin{array}{l} E^n : (\beta_i, y),\ o \leqq \beta_i \leqq \pi \ ;\ y \geqq o \\ \text{n-cel}: (\alpha_i, x),\ o \leqq \alpha_i \leqq \pi \ ;\ o \leqq x \leqq 1 \end{array}\right\} i = 1,2,..n$$

De topologische transformatie f: n-cel $\to E^n$, kunnen we b.v. als volgt definieren:

$f; \alpha_i = \beta_i; \ y = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} x.$

$f^{-1}; \beta_i = \alpha_i ; x = \frac{2}{\pi} \operatorname{bgtg} y$ (hoofdwaarde)

f is dus één-éénduidig.
Er moet nog worden aangetoond dat f en f^{-1} continu zijn. Dit vereist enig rekenwerk en wordt overgelaten aan de lezer.

4,1 Iedere spheroide is een open verzameling.

Bewijs: De spheroide zij $\mathfrak{S}(x_o, \varrho)$. Bij elk punt $x \in \mathfrak{S}(x_o, \varrho)$ moet een getal $\varepsilon > o$ gevonden worden zodanig dat

$\mathfrak{S}(x, \varepsilon) \subset \mathfrak{S}(x_o, \varrho)$ (1).

$d(x,x_o) < \varrho$; dus $d(x,x_o) = r < \varrho$. Stel $r < r + \varepsilon < \varrho (\varepsilon > o)$
Bij deze keuze van ε is aan (1) voldaan, want voor elk punt $y \in \mathfrak{S}(x, \varepsilon)$ geldt:

$d(x_o,y) \leqq d(x_o, x) + d(x,y) < r + \varepsilon < \varrho$, dus

$y \in \mathfrak{S}(x_o, \varrho)$, q.e.d.