STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

ZD 4

Babylonische en griekse algebra.

B.L.van der Waerden.

1950

Printed at the Mathematical Centre, 49, 2e Boerhaavestraat, Amsterdam.

The Mathematical Centre, founded the 11-th of February 1946, is a non-profit institution aiming at the promotion of pure mathematics and its applications. It is sponsored by the Netherlands Government through the Netherlands Organization for the Advancement of Pure Research (Z.W.O), by the Municipality of Amsterdam, by the University of Amsterdam, by the Free University at Amsterdam, and by industries.

<u>"Babylonische en Griekse Algebra"</u>

door

B.L. v.d. Waerden

3 pag

1950

"BABYLONISCHE en GRIEKSE ALGEBRA"

door

B.L. v.d. Waerden.

21 Maart 1950.

De Babylonische spijkerschriftteksten, ontcijferd door O. Neugebauer en zijn medewerkers, hebben een geheel nieuw licht op de Griekse wiskunde geworpen.

AO 8862, een kleitablet van het Louvre, 7 x 17cm, oud-Babylonisch (± 1700 v. Chr.) begint zo:

1-7 Lengte, breedte. Lengte en breedte heb ik vermenigvuldigd en zo het oppervlak gevormd. Verder heb ik het overschot van de lengte over de breedte bij het oppervlak opgeteld: (resultaat) 183 [1]. Verder heb ik de lengte en breedte opgeteld: 27. Lengte, breedte en oppervlak wat?

(gegeven:) 27 en 183, de sommen

(uitkomst:) 15 lengte, 12 breedte, 180 oppervlak

8 Je volgt deze methode:

10 $27 + 183 = 210$

11 $2 + 27 = 29$

12 Neem de helft van 29.

13 $14\frac{1}{2} \times 14\frac{1}{2} = 210\frac{1}{4}$

14 $140\frac{1}{4} - 140 = \frac{1}{4}$

16 $\frac{1}{4}$ heeft $\frac{1}{2}$ als wortel.

17 $14\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 15$ lengte

19 $14\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 14$ breedte

21 Trek de 2 die je bij 27 opgeteld heb van 14, de breedte, af: 12, de echte breedte.

24 15 lengte, 12 breedte heb ik vermenigvuldigd.

25 $15 \times 12 = 180$ oppervlak

26 (Contrôle:) $15 - 12 = 3$

$180 + 3 = 183$

In moderne tekens luidt het probleem

$$xy + x - y = 183$$
$$x + y = 27$$

Naast de "echte breedte" y wordt een nieuwe breedte $y' = y+2$ ingevoerd, waardoor het probleem wordt

---

1) In de tekst zelf worden de getallen in het zestigtallig ste geschreven. In plaats van 183 staat er dus 3,3.

$$xy' = 210$$
$$x + y' = 29$$

De oplossing

$$w = \sqrt{(\tfrac{1}{2}a)^2 - P}$$
$$x = \tfrac{1}{2}a + w$$
$$y = \tfrac{1}{2}a - w$$

wordt stap voor stap voorgerekend.

In de text VAT 6598 (museum Berlijn) wordt het stelsel

$$xy = P$$
$$x - y = d$$

geheel analoog opgelost:

$$w = \sqrt{(\tfrac{1}{2}d)^2 + P}$$
$$x = w + \tfrac{1}{2}d$$
$$y = w - \tfrac{1}{2}d$$

Diophantus doet het net eender: als $x+y = a$ of $x-y = d$ gegeven is, stelt hij

$$x = \tfrac{1}{2}a + z \qquad \text{of} \qquad x = z + \tfrac{1}{2}d$$
$$y = \tfrac{1}{2}a - z \qquad \qquad y = z - \tfrac{1}{2}d$$

en bepaalt z uit de overige voorwaarden.

In BM 13901 worden de stelsels

$$x^2 + y^2 = S \qquad \text{en} \qquad x^2 + y^2 = S$$
$$x + y = a \qquad \qquad x - y = d$$

geheel analoog opgelost:

$$w = \sqrt{\tfrac{1}{2}S - (\tfrac{1}{2}a)^2} \qquad\qquad w = \sqrt{\tfrac{1}{2}S - (\tfrac{1}{2}d)^2}$$
$$x = \tfrac{1}{2}a + w \qquad\qquad x = w + \tfrac{1}{2}d$$
$$y = \tfrac{1}{2}a - w \qquad\qquad y = w - \tfrac{1}{2}d$$

De Arabische oplosmethode is anders.
Vierkantsvergelijkingen als

$$x^2 - x = 870 \qquad \text{(BM 13901)}$$

werden volgens het juiste voorschrift opgelost.
Ook kubische vergelijkingen als

$$x^3 = V \qquad \text{of} \qquad x^2(x + a) = V$$

werden opgelost met behulp van tabellen van derdemachten en derde wortels, en van getallen van de vorm $x^2(x + 1)$ en $x^2(x - 1)$.
Verder stelsels van 3, 4 en 5 vergelijkingen van de eerste en tweede graad, meetkundige problemen (oppervlak trapezium, stelling van Pythagoras) etc.

De Griekse algebra vindt men meer tussen de regels in boek 2 van Euklides, in boek 10, in de Data en vooral in de Kegelsneden van Apollonius, "Geometrische algebra". In stelling 5-6 van boek 2, in stelling 84-85 van de Data en in stelling 9-10 van boek 2 vinden we precies dezelfde 4 standaardproblemen met 2 onbekenden

$xy = P$ $\qquad$ $x^2 + y^2 = S$

$x \pm y = a$ $\qquad$ $x \pm y = a$

die we uit de spijkerschriftteksten ook al gehaald hebben.

Andere aanrakingspunten tussen Babylonische en Griekse wiskunde:

Stelling van Pythagoras
Rechthoekige driehoeken met gehele zijden
Arithmoi paramekepipedoi $x^2 (x \pm 1)$
Verdubbeling van de kubus ($x^3 = V$)
enz.