MATHEMATISCH CENTRUM
AMSTERDAM

ZW 1957-001

M.J.P. Kahane,
Faculté des Sciences de
MONTPELLIER (Hérault)
France

Monsieur,

Votre résultat semble très intéressant et je le voudrais présenter volontiers à l'Académie néerlandaise. Mais je n'ai pas réussi à comprendre le manuscrit, même après une discussion avec un de mes collègues M.le Dr Lekkerkerker.

Je comprends que dans le membre gauche de la formule à la troisième ligne du bout de p.1 il faut lire $\overline{\varphi}$ au lieu de φ. Je ne comprends pas la première ligne de p.2, nos calculations de l'integrale donnant:

$$\overline{\varphi}_{\alpha,\beta}(x) \equiv \log \frac{|\alpha - x|}{|\beta - x|} \quad \text{pour tout } x \neq \alpha \text{ et } \neq \beta,$$

ce qui heureusement pour $x > 0$ contient votre estimation

$$\overline{\varphi}_{\alpha,\beta}(x) > (\leq) \log \frac{\big||x| - \alpha\big|}{\big||x| - \beta\big|} .$$

Je comprends votre formule (1), quoique j'aurais écrit

$$\int_{\beta}^{\beta+1} \overline{\varphi}_{\alpha,\beta}\, dx = \delta \log \frac{\delta+1}{\delta} + 1 \log \frac{\delta+1}{1} > \delta \log \frac{1+\delta}{\delta}$$

pour aider le lecteur.
Mais je dois remarquer que la formule (2), est fausse, parce que pour $0<x<\alpha-1$ on aura $\log\frac{\alpha-x}{\beta-x} < 0$ et donc $\int_0^{\alpha-1} \overline{\varphi}_{\alpha,\beta}\, dx < 0$ et non pas $> \delta \log \frac{1}{\delta}$.

Peut être vous voulez dire

$$\left| \int_0^{\alpha-1} \overline{\varphi}_{\alpha,\beta}\, dx \right| > \delta \log \frac{1}{\delta} \qquad ?$$

Mais pour $\delta > 0$ fixe, l'integrale pour $1 \to \alpha$ s'approche de 0 et ne peut pas rester en valeur absolue $> \delta \log \frac{1}{\delta}$.
Je remarque qu'on peut tirer de la valeur exacte de

$$\int_0^{\alpha-1} \overline{\varphi}_{\alpha,\beta}\, dx = (\delta+1) \log (\delta+1) - 1 \log 1 + \alpha \log \alpha - \beta \log \beta$$

en faisant $1 \to 0$ aisément l'estimation

$$\left| \int_0^{\alpha-1} \overline{\varphi}\, dx \right| \leq \delta \log \frac{1}{\delta}$$

et il me semble que vous avez envisagé cette inégalité.
Mais nous remarquons que dans ce cas la parenthèse de (3) fournit l'estimation

MATHEMATISCH CENTRUM
AMSTERDAM

$$\sum_j \left(\int_{\beta_j}^{\beta_j + l_j} + \int_0^{\alpha_j + l_j} \right) \geq \sum_j \left(\delta_j \log \frac{l_j + \delta_j}{\delta_j} - \delta_j \log \frac{1}{\delta_j} \right)$$

$$= \sum_j \delta_j \log (l_j + \delta_j) > \frac{1}{3} \delta_j \log \delta_j \; (<0) \text{ et non pas}$$

$$> \frac{1}{3} \delta_j \log \frac{1}{\delta_j} \; (>0).$$

J'ai peur que ça ~~fera tort~~ nuira à votre résultat, et je vous prie de bien vouloir contrôler et corriger intensivement une fois le manuscrit.

Je vous prie d'agréer, cher Monsieur, l'assurance de ma parfaite considération.

Prof.Dr J.F. Koksma