



**G. de Leve**  
**Grenswandelingen**

G. de Leve

# Grenswandelingen

Afscheidscollege,  
Universiteit van Amsterdam  
11 oktober 1991



Op slechts enkele honderden meters achter ons huis, waarde toehoorders, ligt een pad dat vanouds het Kommiezenpad wordt genoemd. Het loopt van grenssteen tot grenssteen en werd in het verleden belopen door wie anders dan door kommiezen. Hun sportieve inspanningen dienden de smokkel langs dit stukje nederlands-duitsse grens te voorkomen. Ouderen uit de omgeving kunnen met smaak vertellen hoe, ondanks dit gewandel, kudden vee over de grens werden gejaagd.

De politieke ontwikkelingen hebben geleid tot het in onbruik raken van dit pad. Ik geloof zelfs dat ik de enige ben die het in stand houdt door mij periodiek een weg te banen door het opdringende kreupelhout. Soms ben ik vergezeld van vrienden en dan valt het mij op, dat zelfs de meest bereidsen onder hen, het niet kunnen nalaten hun voet achter een grenssteen te zetten.

Grenzen, waarde toehoorders, hebben iets fascinerends! Zelfs deze grens met een identiek landschap aan weerszijden, met bewoners die dikwijls dezelfde namen dragen en elkander uitstekend kunnen verstaan.

Wellicht staat u mij toe te vertellen van een geheel andere grenswandeling en wel die mijn vrouw en ik deze zomer maakten langs het Prembroke-shire coast path. Dit pad slingert zich over de kliffen van zuid-west Wales van Cardigan, als u dat wat zegt, naar Amroth; rechts beneden de blauwe kolkende zee en links een heg van rododendrons, kamperfoelie en bovenal een grote verscheidenheid aan veldbloemen. Achter de heg grazen in grote rust koeien en schapen of maait een boer het gras. Terwijl in de talrijke inhammen bij hoog water het gejaagde leven van de zeehonden kan worden aanschouwd. Twee werelden, die niets met elkander gemeen hebben, gescheiden zijn door een pad en een stuk niemandsland, op enkele punten slechts een paar meter breed en rijkelijk voorzien van waarschuwingen zoals ramp, keep out, danger en cliffs kill.

Grenzen treft men evenwel niet alleen in de vrije natuur aan, maar kunnen ook gevonden worden b.v. in de kunst, in de zeden, in de politiek én in de wetenschap. Bovendien behoeven grenzen niet uitsluitend afbakingen te zijn van gebieden, stromingen of tijdperken, maar kunnen zij ook aangeven waartoe sportslieden of wetenschappers op een tijdstip in staat zijn.

Waarde toehoorders, ik heb geen moeite te bekennen dat grenzen ook mij boeien en dikwijls zelfs zeer dierbaar zijn. Natuurlijk heb ik niet getreurd bij het optrekken van het ijzeren gordijn en zal ik geen traan laten bij de afschaffing van de apartheid. Aan de andere kant denk ik met heimwee terug aan de grens tussen Den Haag en Scheveningen, waarachter in mijn jeugd in nauwe straatjes de Scheveningse vissersvrouwen met die wespachtige mutsjes en gouden oorijzers hun stoepjes schrobden. En dan die streng bewaakte grenzen tussen de verschillende godsdiensten waaraan Nederland in de vooroorlogse jaren zo rijk was. Met hoeveel trots kan ik u melden, dat ik als buitenkerkelijk jongetje een zwemdiploma behaald heb bij de Haagse Christelijke Zwemvereniging "Zwemmen is Plicht". Het leverde wel een ingezonden brief op van een verontruste ouder in het cluborgaan.

De besliskunde, waarover wij vanmiddag uitvoerig zullen spreken, is bijzonder rijk aan grenzen. Ja, zij dankt haar bestaan uitsluitend aan grenzen. Werd de besliskunde alleen binnen de wiskunde bedreven dan was er geen betere naam te bedenken geweest dan grenskunde. Immers het wiskundige beslissingsprobleem is de optimalisering van een functie binnen de grenzen van een gegeven verzameling. Welk beslissingsprobleem men ook beschouwt, het wiskundig handelen bestaat steeds uit het traceren van grenzen. Is het niet om de optimale beslissing te vinden, dat de grensvlakken van een gebied worden opgespoord, dan geldt het de bepaling van een optimale strategie in de toestandsruimte.

Waarde toehoorders, ik stel mij voor vanmiddag ook met u een aantal grenswandelingen te maken, waarbij wij ons wel zullen beperken tot de grenzen van de besliskunde. Het wordt zo maar een keuze uit een aantal mogelijkheden met hier en daar een uitleg, met af en toe een persoonsbeschrijving, én met een verfrissing aan het eind van de laatste wandeling.

Onze eerste wandeling gaat langs de grenzen van het vakgebied zelf. Zoals bij iedere wandeling moet men het eerst eens zijn over het uitgangspunt en dat is in ons geval. "Wat is besliskunde?" Ik heb mij afgevraagd of ik mij kon permitteren, na bijna 27 jaar onderwijs, deze vraag in mijn laatste college aan de orde te stellen. Er zijn evenwel een aantal redenen om er toch iets over te zeggen. Een reden is b.v. het feit dat ik hier vanmiddag een aantal gezichten zie, die ik op mijn vorige colleges zo node heb gemist. Maar de belangrijkste reden is echter dat ik u wil vertellen van de naamgever, die de besliskunde een mensheid dienende rol had toebedacht.

Onder het motto, "dan hoort u het ook eens van een ander" zullen wij op onze oriënterende tocht naar de betekenis van de besliskunde ons oor te luister te leggen op twee marktplaatsen. Op de grootste marktplaats komen de toepassers van besliskundige methoden en technieken uit het bedrijfsleven en de overheid bijeen. Zij zoeken oplossingen voor hun problemen in het operationeel management. Men kan daarbij denken aan productie-, voorraad-, wachttijd-, transport-, lokatie- en distributieproblemen. Een geïnteresseerde klant op deze eerste markt ziet de besliskunde als een wetenschappelijke benadering van beslissingsproblemen. Deze benadering leidt tot een vertaling van het beslissingsprobleem in een wiskundig optimaliseringsprobleem. Volgens onze zegsman zijn er, als de vertaling naar wens is verlopen, drie mogelijkheden t.w.

- 1) het wiskundig optimaliseringsprobleem kan worden opgelost; de gevonden oplossing geeft na terugvertalen een suggestie voor de te nemen beslissing.
- 2) het wiskundig optimaliseringsprobleem kan niet worden opgelost omdat de noodzakelijke gegevens ontbreken; getracht zal dan worden voor de gezochte optimale beslissing de afhankelijkheid vast te stellen van de ontbrekende gegevens, zodat een gevoeligheidsanalyse kan worden uitgevoerd.
- 3) het wiskundig optimaliseringsprobleem kan niet of niet binnen de gestelde tijd worden opgelost omdat een efficiënte wiskundige methode ontbreekt; getracht zal dan worden een goede heuristische oplossing te geven waarvan de kwaliteit kan worden vastgesteld.

Tenslotte weet onze voorlichter te melden dat buiten Nederland men spreekt òf van operations research òf van management science. Op onze vraag wat dan het verschil is tussen operations

research en management science, krijgen wij geen duidelijk antwoord.

Laten wij ons spoeden naar de tweede marktplaats om te horen hoe men daar de besliskunde ziet. Op de tweede markt, veel kleiner in omvang dan de eerste, verschijnen economen, sociologen en politicologen. Een heel ander publiek dus! Hun belangstelling geldt slechts het wiskundig formalisme en de fundamentele resultaten, die zij denken te kunnen gebruiken binnen hun eigen wetenschappelijk onderzoek. Dat onderzoek heeft voornamelijk betrekking op het gedrag van mensen, bedrijven of andere instituties. Het gaat hen in de eerste instantie niet om iets uit te rekenen, maar meer om een structuur van waaruit verder kan worden nagedacht. Als wij aan een bezoeker van deze markt vragen wat voor hem de betekenis is van de besliskunde, dan moeten wij niet schrikken van een antwoord als: "Nooit toegepast". Vragen wij echter enige tijd door dan gaat bij hem wellicht een licht op en informeert hij voorzichtig: "Bedoelt u misschien de speltheorie". Nu kan men twisten of de speltheorie een onderdeel van de besliskunde is of niet. Men kan wijzen op de totaal verschillende markten, maar aan de andere kant is de overlap van de wiskundige achtergronden bijzonder groot. Bovendien is het niet onwaarschijnlijk dat in de toekomst ook besiskundigen met hun problemen zich zullen melden op deze kleine markt.

Hoe het ook zij, de geschiedenis van de besliskunde in Nederland kan niet zonder de speltheorie worden beschreven. Volgens onze informant bestudeert men in de speltheorie wiskundig geformuleerde spelen, waarin twee of meer spelers in een of meer beurten al dan niet gelijktijdig een zet mogen doen. Na elke beurt vindt aan iedere speler een uitkering plaats, waarvan de omvang niet alleen wordt bepaald door spelers eigen zet maar ook door die van anderen. In de speltheorie kent men coöperatieve en non-coöperatieve spelen al naar gelang de spelers samenwerken of niet. Indien meer dan twee spelers betrokken zijn bij een spel dan kunnen er coalities worden gevormd teneinde voor die leden een hogere uitkering te bewerkstelligen. Een belangrijk fenomeen in de speltheorie is het al dan niet bestaan van evenwichten, die spelers op straffe van een lagere uitkering dwingen tot bepaalde keuzen. Het zijn voornamelijk deze evenwichten die onze belangstelling hebben gewekt maar, zo vervolgt onze gesprekspartner, wij worstelen met de vraag of de wiskundige veronderstellingen waaronder de resultaten in de speltheorie geldig zijn wel als een analogon mogen worden gezien van de veronderstellingen die wij in ons eigen onderzoek willen stellen.

Waarde toehoorders, dit is een goed moment om deze tweede markt te verlaten. Immers aan deze fundamentele discussie kunnen wij niets bijdragen. Hoogstens kunnen wij wijzen op het feit dat uitgaan van strijdige veronderstellingen nooit tot waarheden kan leiden. Men vervalt dan gauw in de fout die ook de grote wiskundige en speltheoreticus Paul Erdős eens maakt. Robert Aumann vertelt van een bezoek van Erdős aan Jerusalem, alwaar hem om een voordracht werd gebedeld. Maar Erdős antwoordde: "Wat verwachten jullie van mij, ik ben oud en uitgeput". De protesten die hierop volgden, wuifde hij weg met de woorden: "Ik kan bewijzen dat ik minstens 2 biljoen jaren oud ben. In mijn jeugd was de leeftijd van de aarde 2 biljoen en dat is nu 4 biljoen".

Waarde toehoorders, wij hebben thans genoeg achtergrondkennis voor onze eerste wandeling langs de historische grenzen van de besliskunde. De geschiedenis van de besliskunde is nog jong. Velen hebben zich in het verleden uitgeput om in oude bronnen voorbeelden te ontdekken van besliskundig handelen. Of een aanduiding "sinds 1511" nu werkelijk extra vertrouwen opwekt, meen ik te moeten betwijfelen.

Maar hoe het ook zij, de speltheoretici kunnen zich in ieder geval beroepen op het feit dat Blaise Pascal zich reeds in 1654 bezig hield met wiskundig geformuleerde spelen. Beoefenaren van de wachttijdtheorie kunnen verwijzen naar het werk van Erlang in de eerste decennia van deze eeuw. Liefhebbers van voorraadproblemen moeten genoegen nemen met een artikel van Wilson in de Harvard Business Review uit het jaar 1929. Van recenter datum zijn de Operations Research-groepen in het Amerikaanse leger die tijdens de tweede wereldoorlog zich bezighielden met problemen rond de voorraadvorming, het transport en de personeelsplanning. Echter het historische feit van de eerste orde vond plaats in 1947 en was George B. Dantzig's presentatie van de simplexmethode voor het oplossen van het lineaire programmeringsprobleem. Het lineaire programmeringsprobleem, door Nobelprijswinnaar en oud-landgenoot Tjalling C. Koopmans eens kernachtig samengevat als : "The best allocation of limited means towards desired ends", staat beter bekend onder haar wiskundige formulering: "Bepaal het maximum van een lineaire functie in eindig veel variabelen onder eindig veel lineaire bijvoorwaarden". Hoe groot dat eindig vandaag mag zijn, hangt af van de structuur van de combinatie probleem-computer. Laat ik volstaan met te zeggen dat eindig in duizendtallen wordt gemeten. Records hebben in deze sector een uiterst kort leven. Lineaire programmering is een uiterst vruchtbare beschrijving gebleken voor tal van beslissingsproblemen in tal van gebieden. De grote toepasbaarheid van de simplexmethode heeft een enorme goodwill gewekt voor het gebruik van wiskundige methoden bij het oplossen van beslissingsproblemen. De simplexmethode heeft bovendien een link gelegd tussen wiskundig geöriënteerde economen, speltheoretici en operations researchers en wel doordat lineaire programmering een ontbrekende schakel bleek tussen de verschillende wiskundige aandachtsgebieden.

De vraag dringt zichzelf op, of wij zonder de simplexmethode hier vanmiddag wel tezamen zouden zijn. Laten wij ons echter niet in die vraag verdiepen, maar de simplexmethode gebruiken voor een spectaculaire grenswandeling. Een ieder, die de lineaire programmering kent, weet dat de verzameling van toegelaten oplossingen meetkundig kan worden weergegeven door een diamantachtig lichaam in een hoog dimensionale ruimte, uitsluitend begrensd door een groot aantal zijvlakken. Men kan bewijzen dat in een hoekpunt van de diamant de hoogste waarde van het criterium wordt aangenomen. Maar in welk hoekpunt? Toepassing van de simplexmethode leidt tot een grenswandeling van hoekpunt naar hoekpunt tot het gewenste maximum wordt bereikt. Voor wie tijdens de wandeling moeite heeft in een hoekpunt de juiste ribbe te kiezen, is een wiskundig kompas beschikbaar dat, in plaats van naar het noorden, wijst in de richting van de grootste toename van de criteriumfunctie. In een hoekpunt moet u dan die ribbe kiezen, waarvan de richting het meest lijkt op die door het kompas wordt aangewezen. Als u tegen uw eigen verwachtingen in toch de top hebt bereikt en van het uitzicht hebt genoten, dan raad ik u

aan eens naar het binnenste van de diamant te kijken. U zult zien dat de diamant opgebouwd is uit netjes op elkaar gestapelde kubusjes, die slechts aan de rand van de diamant zijn afgevlakt. De hoekpunten van de ongeschonden kubusjes worden roosterpunten genoemd. Kijkt U nog eens nauwkeuriger dan onderscheidt U een tweede, binnenste, diamant die ook alle roosterpunten omvat en waarvan de hoekpunten uitsluitend roosterpunten zijn. Roosterpunten corresponderen met oplossingen van het lineaire programmeringsprobleem waarvoor geldt, dat de variabelen geheeltallig zijn; b.v. als het gaat om aantallen vliegtuigen of om het antwoord op een vraag: neen ( $=0$ ), ja ( $=1$ ).

In een uitzonderlijk groot aantal belangrijke beslissingsproblemen wordt de eis van geheeltalligheid gesteld. Bij gevolg moeten in die situaties de grenswandeling langs de binnenste diamant worden gemaakt. Eén van de grootste problemen in de besliskunde is echter dat er voor de binnenste diamant tot op heden niet die wiskundige karakterisering bestaat welke een efficiënte bepaling van het "hoogste" punt mogelijk maakt. Een efficiënte methode, die dat wel volbrengt, zal tevens het prestige van de besliskunde tot ongekende hoogte doen stijgen. Een belangrijk deel van het besliskundige onderzoek, ook in Nederland, is gericht op de bepaling van het "hoogste" punt van de binnenste diamant. Wie is na deze spectaculaire wandeling nog geïnteresseerd in het feit, dat de naam lineaire programmering bedacht is tijdens een strandwandeling in Santa Monica? De geschiedenis van de lineaire programmering kent ook z'n dramatische momenten. Zo moest de russische nobelprijswinnaar Kantorovich, die eerder op het spoor was van de lineaire programmering, zich aantijgingen laten welgevalen, welke zijn onderzoek als fascistisch bestempelden. Een ieder die geïnteresseerd is in de geschiedenis van de lineaire programmering wordt met nadruk verwezen naar de zojuist verschenen bundel "History of Mathematical Programming" onder de redactie van Lenstra, Rinnooy Kan en Schrijver [1].

Waarde toehoorders, wij zijn in onze historische grenswandeling in Nederland aangekomen. De introductie van de operations research, de naam besliskunde is van later datum, geschiedde in ons land via de statistiek. De grote man in Nederland op het gebied van de mathematische statistiek en de kansrekening in die tijd was Prof. David van Dantzig. Nu moet iedere redenaar zich hoeden voor het scheppen van verwarringen, zeker als hij in principe geen gelegenheid meer heeft om het één en ander recht te zetten. De nederlander van Dantzig was geen familie van George Dantzig, de zojuist gehuldigde uitvinder van de simplexmethode.

Van Dantzig gaf in de beginne de besliskunde een speciale lading, die niet alleen wetenschappelijk van aard was, maar ook hele menselijke en naar de maatschappij toe gerichte kanten had. Voor Van Dantzig waren besliskunde en statistiek bruggen van de wiskunde naar de maatschappij. Van Dantzig, geboren in 1900, was tot 1942, het jaar dat hij door de duitse bezetters vanwege z'n joodse afkomst werd ontslagen, een internationaal bekend zuiver wiskundige. Verbannen van de Technische Hogeschool in Delft vroeg hij zich af of Nederland na de bevrijding niet meer gebaat was met een toegepast wiskundige dan met een topoloog. In korte tijd heeft hij zich weten om te scholen tot nederlands eerste deskundige op het gebied van de kansrekening en de mathematische statistiek. In diezelfde periode maakte hij ook plannen voor een wiskundig centrum van waaruit wiskundigen hun bijdragen zouden kunnen leveren aan de

wederopbouw van ons land. Die plannen, gesteund door andere wiskundigen, kregen gestalte in de stichting Mathematisch Centrum en het daaraan verbonden instituut, dat thans de naam draagt van Centrum voor Wiskunde en Informatica. Een plan voor de studie wiskundig ingenieur is later in een aangepaste vorm door anderen verwezenlijkt. Na de oorlog werd van Dantzig aan deze universiteit benoemd tot hoogleraar in de leer der collectieve kenmerken. Met deze merkwaardige opdracht heeft van Dantzig willen aangeven dat zijn inspanningen zich niet tot de kansrekening en de mathematische statistiek zouden beperken. Wie de stamboom van de beoefenaren van de statistiek, de kansrekening en de besliskunde in Nederland volgt in de omgekeerde zin, zal in verreweg de meeste gevallen bij van Dantzig uitkomen. In zijn rede getiteld: van "Reeckeningh in Spelen van Geluck" naar besliskunde, uitgesproken ter gelegenheid van de 325<sup>ste</sup> dies van deze universiteit in 1957, en waaruit ik aanstonds uitvoerig zal citeren, komt een passage voor gewijd aan een onderzoek verricht naar aanleiding van de watersnoodramp in 1953. Terugblikkend naar die jaren, lijkt het zeer waarschijnlijk dat het onderzoek waarover hij zo uitvoerig bericht, een belangrijke rol heeft gespeeld in zijn beeldvorming van de besliskunde. Het onderzoek had betrekking op "het economisch beslissingsprobleem inzake de beveiliging van ons land tegen stormvloed". Van Dantzig maakte deel uit van een werkgroep van de delta-commissie, waaraan dit probleem was voorgelegd. Het beslissingsprobleem bleek te kunnen worden teruggebracht tot de optimale verhoging van bestaande zee- en rivierdijken; een afweging van investeringen tegen toekomstige overstromingskosten. Wiskundig gezien was het geen moeilijk probleem, maar besliskundig interessant omdat de oplossing de medewerking vroeg van vele deskundigen uit verschillende disciplines. De unieke samenwerking binnen de werkgroep moet bijgedragen hebben aan van Dantzig's overtuiging dat problemen van groot maatschappelijk belang op een rationele wijze kunnen worden opgelost. Toen jaren later 's nachts weer de storm over Nederland raasde, is van Dantzig opgestaan en naar zijn studeerkamer gegaan om zich wederom over het optimale dijkhoogteprobleem te buigen. De volgende morgen zei hij tot één van zijn medewerkers: "Het was het enige wat ik op dat moment kon doen".

De naam besliskunde, waarde toeoorders, is van hem afkomstig en werd officieel voor het eerst gebruikt tijdens de reeds eerdergenoemde diesrede. Het eerste deel van de titel van "Reeckeningh in Spelen van Geluck" was ontleend aan het gelijknamig traktaat van Christiaan Huygens uit 1657 en op het tijdstip van de diesrede precies 300 jaar oud. In dat traktaat gaf Huygens een wiskundige analyse van een vijftal gezelschapsspelen. Van Dantzig diesrede stond, gelijk zijn oratie indertijd, geheel in het teken van de speltheorie. Zelfs de passage die gaat over het dijkhoogteprobleem, wordt aangekondigd als een twee-personenspel: de mens tegen de zee. Omdat de zee niet echt meespeelt, zou men in dergelijke situaties beter kunnen spreken van een één-personenspel. Sommige speltheoretici doen dit tegenwoordig ook en nemen de wiskunde en passant als 0-personenspel mee. Het belangrijkste deel van zijn diesrede was gewijd aan het boek van von Neumann en Morgenstern, dat onder de titel "Theory of Games and Economic behaviour" in 1943 was verschenen. Hij vraagt zich in zijn rede o.a. af hoe coalities kunnen ontstaan in een spel en hoe de onderlinge verrekening zal plaatsvinden. Ook wijdt hij aandacht aan de stabiliteit van coalities. Ik mag u eraan herinneren dat het tijdstip van z'n rede januari 1957 was en dus op

het hoogtepunt van de koude oorlog. De Sovjet-Unie had in Hongarije haar gezag hersteld. Een poging om het Suezkanaal te bezetten was diplomatiek voor Frankrijk, Engeland en Israël op een mislukking uitgelopen. Die mislukking was voor van Dantzig aanleiding om in z'n rede de oud prime-minister Anthony Eden een reprimande te geven en hem aan te bevelen kennis te nemen van de beginselen van de besliskunde. Als voorbeeld van coalities koos hij de Navo en het Sovjetblok. Over de stabiliteit van de blokken gaf hij de volgende -toen en nu- verbijsterende analyse: "Wat de tweede grote coalitie, het Sovjetblok, betreft, men krijgt de indruk dat deze, uit het standpunt van haar eigen belang gezien, lijdt aan de reeds bij von Neumann en Morgenstern gesignaleerde fout: een te statisch karakter. Een meer dan honderd jaar oude, onder geheel andere omstandigheden en voor geheel andere doeleinden opgestelde strategie, het marxisme, blijft à tout prix als ideologie gehandhaafd. Het is daarom niet duidelijk hoe deze coalitie zich voor het gevaar van uiteenvallen kan hoeden, tenzij hoogstens als zuiver politieke macht, los dus van de ideologie, onder toekenning van secessierecht en wijziging van het verrekeningssysteem ten gunste, vooral, van de kleine "coalitie genoten".

Ik denk, waarde toehoorders, dat vele "Rusland kenners" deze analyse gaarne op hun naam zouden hebben staan.

De geboorte van de besliskunde wordt aangekondigd in de passage gewijd aan von Neumann en Morgensterns boek en wel in de zin: "Het heeft geleid tot een zeer groot aantal publikaties, deels van wiskundige deels van statistische, deels van economische aard, en tot uitgebreide theorieën, die als "decision theory", "linear programming" en "operations research" bekend staan, en die ik hier onder de naam besliskunde wil samenvatten". Het door van Dantzig omschreven vakgebied van de besliskunde wijkt wat betreft de materiële inhoud weinig af van wat er nu onder wordt verstaan. De motivatie om zich met besliskunde bezig te houden was voor van Dantzig van een totaal andere orde dan die voor de huidige besliskundigen. Zijn wiskundig hart lag zeker niet bij de besliskunde, die wij thans beoefenen. Zo heeft hij mij eens verzocht in een concept de begrippen voorraad, order, levertijd en "neen-verkoop" te verwijderen, omdat hij niet wist wat dat was en zich daarin ook niet wenste te verdiepen. Zijn menselijk hart lag wel bij de besliskunde, maar dan bij de zijne! Laten wij hem nog eenmaal aan het woord in de slotpassage van zijn rede. "In het land, van waaruit de Reekeningh van Spelen van Geluck zich verbreed heeft, is men er in geslaagd, met behulp van haar jongste nakomeling, de Besliskunde, voor het grote spel van geluk en van intellect dat wij tegen de Noordzee spelen, een passende strategie te vinden. Zij ons dit een aansporing, ook andere moeilijke problemen waarvoor wij ons gesteld zien: van verkeer en verkeersongevallen, van woningnood en leerkrachtentekort, met besliskundige methoden gezamenlijk aan te vatten. In het internationale strategische spel van allen tegen allen is de grote coalitie reeds tot stand gekomen, maar stabiliteit bezit zij nog niet. Moge ons land, ook hier er toe bijdragen dat zij erin zal slagen sterke dijken te bouwen tegen haar grote tegenstander, dat is haar innerlijke verdeeldheid, opdat ook deze Grote Coalitie, die de wereld is, haar bindingswaarde ten volle zal kunnen realiseren."

Waarde toehoorders, de besliskunde heeft zich sindsdien ontwikkeld tot een -voor buitenstaanders- voornamelijk technisch vak, dat worstelt met de grenzen van zijn

toepasbaarheid. Velen in dit vakgebied werkzaam, ontlenden hun motivering aan dat wat men, wat modieus, de uitdaging van de eigen problematiek van het vak zou kunnen noemen.

Is er nu sprake van een gewetensprobleem als wij ons, ondanks de sterk gewijzigde motivatie, toch besliskundigen blijven noemen? Voor dit gewetensprobleem zijn wij bespaard gebleven. Van Dantzig heeft de naam besliskunde enkele maanden voor zijn dood als ondeugdelijk verworpen. Tijdens het internationaal colloquium "La décision" in 1959 in Parijs heeft hij voorgesteld het vakgebied aan te duiden met "Ars ponderandi". Hij gebruikte in de franse tekst "la théorie du choix pondéré". Zijn motivering was als volgt: "Iedere dwaas kan beslissen en daar heb je dus geen kunde voor nodig; voor het afwegen van de mogelijke keuzen echter wel.

Voor een wandeling hebben wij, ongebruikelijk lang stil gestaan bij een –zij het dan wel– eminente grensganger. Hij heeft het echter verdiend! Al was het alleen al om het feit dat hij precies 35 jaar geleden één van de stuwende krachten was achter de oprichting van de Verenigde Faculteiten der Wis- en Natuurkunde en Economische Wetenschappen, de voorloper van de zo diep betreunde Interfaculteit der Actuariële Wetenschappen en Econometrie. Het onderwerp van zijn diesrede was, zo stelde hij, gekozen met het oog op die oprichting.

Waarde toehoorders, het leveren van een bijdrage aan de oplossing van een beslissingsprobleem van algemeen maatschappelijk belang, zal ook nu nog menig besliskundige aanspreken. Wil hij voorkomen dat zijn bemoeienis leidt tot een in twee decimalen nauwkeurig compromis, dan zal hij zich moeten werpen op de verzameling van toegelaten beslissingen. Want hoe triviaal de wijsheid ook moge klinken: uit een verzameling wordt nimmer een beslissing geselecteerd die niet er al in zit. In dit licht moet gezien worden de studie van de inmiddels ons wel bekende George Dantzig en zijn collega Thomas Saaty in 1973, getiteld Compact City [2]. In die studie beschrijven zij het ontwerp van een 4-dimensionale stad, welke een antwoord moet zijn op de verstedelijking en de verloedering in dicht bevolkte delen van de Verenigde Staten. Door een concentratie van wonen, werken en leven in een Hoog-Catharijne-achtige stad, daalt het benodigde grondoppervlak met  $2/3$ , de benodigde energie met 15% en kan de benodigde tijd voor het woon-werkverkeer tot enkele minuten worden teruggebracht. De grote profiteur, de natuur, kan in haar oude glorie worden hersteld. De vorm en inrichting van de compact city zijn de uitkomst van besliskundige optimaliseringen onder bijvoorwaarden. Deze bijvoorwaarden dienen om te kunnen voldoen aan de meest verwende wensen van de bewoners, waaronder gelijkblijvende kosten van levensonderhoud. Het zwakke punt in Dantzig en Saaty's studie is mijns inziens de poging om deze stad te verkopen aan de lezer. De belangrijke boodschap zou echter moeten zijn dat creatief denken en rekenen leidt tot keuzemogelijkheden met, niet meer voor mogelijk gehouden, effecten. Wie van een wandeling houdt langs de grenzen van de fantasie, zal zeker geboeid worden door de compact city. Het moet opwindend zijn om het ene ogenblik in de woonkamer te genieten van de prachtige natuur, die zich tot de horizon uitstrekt, om enkele minuten later via roltrappen en in snelheid variërende wegdelen het centraal gelegen en door daglicht overgoten Plaza te bereiken voor een afspraak met een goede vriend of vriendin. Ongetwijfeld zullen bij thuiskomst de boodschappen, die vlak voor vertrek via teleshopping zijn besteld, in de keuken op de transportband staan.

Waarde toehoorders, onze laatste wandeling gaat langs de grenzen van het mogelijke. Een deel van de tocht doorkruist het onderzoeksterrein van de vakgroep Actuariaal en Econometrie. Ik zal proberen in eigen woorden na te vertellen wat ik in de onderzoeksverslagen van Erik van der Sluis, die als aio aan onze vakgroep is verbonden, heb gelezen. De wandeling zullen wij maken aan de hand van een voorraadprobleem. Ik heb dit probleem gekozen omdat het de eenheid in verscheidenheid symboliseert waarvan in de besliskunde sprake is.

In ons voorraadprobleem moet de voorraadbeheerder een voorraad beheren, hoe kan het ook anders, van verschillende goederen, maar wel afkomstig van één en dezelfde leverancier. Zijn beheer bestaat uitsluitend uit -zo nu en dan- bestellen, waartoe hij aan het begin van elke week de gelegenheid krijgt. De levertijden van de goederen zijn gelijk en constant en bedragen een geheel aantal weken. Wij zullen aannemen dat de afleveringen aan het eind van een week plaatsvinden, zodat op het moment van bestellen alles netjes op de stelling staat. Voorraadproblemen met één goed zijn uitvoerig bestudeerd en daarvoor valt moeilijk iets nieuws te melden. Voorraadproblemen met meerdere goederen zijn meer dan een veelvoud van voorraadproblemen met één goed, als de voorraden op één of andere manier zijn gekoppeld. Zo herinner ik mij dat ik met mijn vriend en collega Kriens vlak na het uitbreken van de Korea oorlog, welke aanleiding gaf tot een enorme hamsterwoede, voor de Bijenkorf een voorraadpolitiek voor het pakje Sunil-klein heb mogen ontwerpen. Het grote probleem toen was de schatting van het goodwill verlies, dat zou worden geleden wanneer de voorraad van dat pakje zou zijn uitgeput. In onze nood hebben wij de behorende winkeljuffrouw geïnterviewd en gevraagd naar de reacties van het publiek bij een dergelijke calamiteit. Niets aan de hand, zei ze geruststellend, ik zeg gewoon: "Mevrouw, Sunil-groot is veel voordeliger". Maar als Sunil-groot nu ook is uitverkocht, probeerden wij nog. "Oh dan zeg ik, Mevrouw heeft zeker nooit van Castella-parels gehoord?". Sindsdien heb ik zo mijn twijfels aan de zogenaamde neen-verkoopkosten.

In ons probleem vindt de koppeling van goederen plaats via de inkoopkosten. De inkoopkosten bestaan uit een vast bedrag per order, een vast bedrag per goed in een order aanwezig en verder variabele kosten afhankelijk van de omvang van de bestelde goederen. Vanwege het vaste bedrag per order zal men trachten zoveel mogelijk bestellingen van één enkel goed te combineren. Doordat de vraag niet voor elk goed gelijk is en ook de te maken kosten verschillen, zal op een besteltijdstip niet elk goed in elke combinatie worden aangetroffen. Wij zullen nu twee situaties beschouwen. In het eerste geval is de vraag naar goederen in de komende weken bekend. In het tweede geval volgt de vraag naar goederen in de komende weken een kansverdeling. Beschouwen wij eerst de deterministische versie, dan kunnen wij gebruik maken van een in deze situatie geldig resultaat, dat zegt dat een voorraad aan het begin van een week precies voldoende moet zijn om de vraag in een aantal opéénvolgende weken te overbruggen. Het probleem waarvoor wij dan staan is het maken van een plan, waarin precies wordt aangegeven welke combinaties van goederen op welk tijdstip zullen worden besteld en voor ieder goed afzonderlijk hoeveel weken door de bestelling worden overbrugd. Dit probleem is een zgn. combinatorisch optimaliseringsprobleem en behoort tot een klasse van beslissingsproblemen, welke thans

wereldwijd uitvoerig worden bestudeerd. Het zijn overigens machinevolgorde-, lokatie- en vrachtwagenrouteringsproblemen, die binnen de combinatorische optimalisering de meeste aandacht opeisen.

De vraag is echter of wij wel zo blij moeten zijn met de aansluiting met de combinatorische optimalisering. In de combinatorische optimalisering verdeelt men de problemen in twee verzamelingen; de "gemakkelijken" en de "moeilijken". Een probleem heet gemakkelijk als er een efficiënte rekenmethode beschikbaar is, zo niet dan wordt hij moeilijk genoemd. De grote vraag is wat nu onder efficiënt moet worden verstaan. De aanduiding efficiënt slaat op de verhouding tussen rekentijd en de omvang van het probleem. Wiskundigen hebben de grens getrokken tussen efficiënt en niet-efficiënt, die volkomen duidelijk is en waarvan de juistheid door niemand wordt betwist. Men kan stellen dat een efficiënte methode voor iedere mogelijke toepassing beheerst reageert op de omvang van het probleem, terwijl een niet-efficiënte methode voor bepaalde toepassingen leidt tot buitensporige rekentijden.

Een indeling in gemakkelijke en moeilijke problemen lijkt weinig definitief. Immers wanneer voor een moeilijk probleem een efficiënte methode wordt ontdekt dan verhuist hij naar de verzameling van de gemakkelijken. Nu is echter bewezen dat er een deelverzameling van "moeilijke problemen" bestaat, waarvoor geldt dat als er voor één uit die groep een efficiënte rekenmethode wordt gevonden er überhaupt geen moeilijke -voor ons interessante- problemen bestaan. Velen hebben zich geworpen op het ontwikkelen van een efficiënte rekenmethode voor een lid uit die speciale groep, maar tot dusver vergeefs. Zo heeft van een ieder, werkzaam op dit terrein, het angstige vermoeden zich meester gemaakt, dat nimmer een efficiënte methode voor de moeilijken zal worden gevonden. De betreffende problemen kunnen worden beschreven als geheeltallige lineaire programmeringsproblemen, dus problemen waarvoor de verzameling van toegelaten beslissingen wordt begrensd door de binnenste diamant. Bijgevolg zodra een efficiënte methode is ontwikkeld om de top van de binnenste diamant te bereiken, is ook het onderscheid tussen "gemakkelijken" en "moeilijken" opgeheven. Het zojuist geschetste besliskundige onderzoek behoort mijns inziens tot de kern van de bedrijfseconomie. Want hoe kan men dit type bedrijfseconomische problemen oplossen zonder te weten hoe gecompliceerd ze zijn?

Onze wandeling langs de grens van het mogelijke loopt voor een deel langs de scheiding van deze twee verzamelingen. Wij zien dat de grens meedogenloos problemen scheidt, twee problemen nauwelijks in tekst te onderscheiden, liggen in verschillende verzamelingen. De grens doet denken aan de Berlijnse Muur, maar de wiskundige Gorbatsjov zal nog wel even op zich laten wachten. Voor de moeilijke problemen bestaat meestal wel een heuristische methode, die niet-noodzakelijk tot een optimale oplossing leidt, maar toch een antwoord oplevert waarvan de goede kwaliteit kan worden vastgesteld. Ons deterministisch voorraadprobleem is zo'n probleem; de beschikbare heuristieken werken uitstekend.

Keren wij terug tot ons voorraadprobleem waarvoor geldt dat de vraag in de komende weken niet bekend is, maar een kansverdeling volgt. Als wij bereid zijn aan te nemen dat de kansverdelingen van de vraag in de komende weken onafhankelijk en identiek verdeeld zijn en dat de kostenberekening in elke periode op dezelfde wijze geschiedt, dan is de benodigde

wiskundige achtergrond aanwezig om het probleem te formuleren en kan een oplossingsprincipe worden aangegeven. Maar de daarin vereiste wiskundige operaties zijn bij dit type voorraadproblemen niet in die precisie uit te voeren dat een optimale oplossing kan worden verkregen. Bij gevolg zijn wij ook hier aangewezen op een heuristische methode. Merk op dat in de combinatorische optimalisering niet-efficiënte methoden bestaan, die in een eindig aantal stappen het optimum bereiken, terwijl, in het door ons nu beschouwde voorraadprobleem dit laatste zelfs niet het geval is.

Het vinden van een goede heuristiek is geen gemakkelijke opgave. De heuristiek, waarover van der Sluis in zijn notities bericht, is ingegeven door het idee om aan ieder goed een eigen beheerder toe te kennen. Laten wij dan eerst vaststellen dat een ieder van deze beheerders zonder ruggespraak met z'n collega's een bestelling zal afgeven, als de kans op buiten voorraad raken, bij nog een weekje wachten, groter wordt dan b.v. 5%. Door deze norm zijn de besteltijdstippen ondubbelzinnig bepaald. Als er dus op een tijdstip wordt besteld, dan is dit tijdstip voor minstens één van de beheerders een laatste mogelijkheid. De nieuwe beheerders zullen na verloop van tijd ontdekken dat zij deelnemen aan een coöperatief spel en dat het verstandig is, vanwege de vaste inkoopkosten, een coalitie te vormen. Verder zullen zij ervaren dat het voor het maken van een eigen bestelplan nuttig is die van de anderen te kennen. Eén en ander kan niet beter geschieden dan door het opstellen van een gezamenlijk provisorisch bestelplan voor de nabije toekomst. Een vraag, die zich hierbij voordoet, is het aantal weken waarover het plan zich zal uitstrekken. Zo'n plan zou op ieder besteltijdstip opnieuw moeten worden opgesteld, waarna de gecombineerde bestelling, door het plan voorgeschreven voor het eerste besteltijdstip, zou moeten worden uitgevoerd. Een dergelijk plan kan alleen dan succes hebben als iedere individuele beheerder zo bestelt, dat zijn bestelverplichting niet de vervroeging van de reeds aangewezen besteltijdstippen tot gevolg heeft. Bij een vervroeging moeten de collega's in de op dat tijdstip behorende combinatie besluiten wat zij zullen doen: meegaan of iets anders. Om het vroeger-bestellen-dan-overeengekomen te bestrijden, zal men een norm willen stellen waaraan de bestelgrootten zullen moeten voldoen. Er zijn verschillende vormen denkbaar, zo zou men kunnen eisen dat, als de voorraadbeheerder plant over een gegeven aantal weken opnieuw te bestellen, de kans op een vroegtijdige bestelling b.v. niet groter mag zijn dan bijv. 15%. Het stellen van een norm zal in het algemeen het gevolg hebben dat de bestelgrootte door de -bij die norm behorende- drempelwaarde zal worden bepaald. Bedenk dat, als men plant over een  $n$ -tal weken opnieuw te bestellen en de levertijd  $T$  weken bedraagt, de drempelwaarde dan de voorraad aangeeft die volgens de norm nodig is voor de eerstvolgende  $n+T$  weken. Door voor ieder goed afzonderlijk de successieve verschillen te bepalen van deze normvoorraden en deze te beschouwen als een pseudovraag voor de laatst beschouwde week ontstaat een deterministisch voorraadprobleem van het type dat wij aan het begin van deze laatste wandeling hebben ontmoet. Zo'n deterministisch voorraadprobleem kan met een goede heuristiek worden opgelost. De verkregen oplossing kan worden gebruikt als het beoogde gezamenlijk provisorisch bestelplan. Men kan eenvoudig nagaan dat door de constructie van de pseudo-vraag de eerste bestelling in het bestelplan voldoet aan de bestelnorm. Merk op dat deze heuristiek ook kan worden toegepast

als de kansverdelingen van de vraag per week niet identiek en onafhankelijk zijn verdeeld. In een poging om de resultaten verder te verbeteren is men gestoten op dezelfde vraag die van Dantzig in zijn diesrede reeds stelde: "Hoe moeten de kosten over de coalitiegenoten worden verdeeld opdat zij doen wat van hen wordt verwacht".

In deze aanpak wordt gebruik gemaakt van verspreide begrippen en resultaten uit de besliskunde en illustreert dat de besliskunde is uitgegroeid tot een geïntegreerd vakgebied.

Waarde toehoorders, rest mij nog één grens. Een grens echter die zich niet leent voor een wandeling maar, zo men zegt, dient te worden overschreden en het liefst waardig. Ik bedoel de pensioeneringsgrens. Of ook deze grens mij dierbaar zal worden, dat zal de toekomst leren. Wel met instemming citeer ik de slotzinnen uit mijn eigen oratie, nu ruim 25 jaar geleden"

"De maatschappij waarin wij leven, wordt met de dag ingewikkelder. Methoden die in het verleden met veel succes werden toegepast, blijken thans van onwaarde te zijn. Jarenlange ervaring is dikwijls eerder een ballast dan een voordeel. Er is behoefte aan jonge mensen met fantasie en durf, aan jonge mensen die wel kritisch zijn maar toch geen toeschouwer willen zijn, aan jonge mensen die hun meningen niet bouwen op verouderde theorieën, op vooroordelen of op tegenstellingen welke thans niet meer bestaan."

Deze woorden waren gericht tot de studenten van die tijd. Onder hen zijn er zeker die nu mijn taak uitstekend kunnen overnemen

Nico van Dijk, mijn opvolger, lijkt mij zo'n iemand. Ik wens hem dan ook van deze plaats bijzonder veel geluk en ik hoop dat hij met evenveel vreugde zijn werk zal mogen doen, als mij werd toebedeeld. Hij krijgt een puik stel collega's en in zijn leerstoelgroep medewerkers die geïnteresseerd zijn in hun vak en als goede vrienden de vereiste taken onderling verdelen. Wie ik naast mijn collega's ongetwijfeld zal missen, dat zijn de studenten, waarvan ik het gevoel dat hun jeugd ook mij een beetje jong hield? Behalve die van mijn opvolger wil ik geen namen noemen, zelfs niet van Ton Volgenant, waarmee ik zolang plezierig heb samengewerkt. Ja misschien toch één uitzondering: Annechien die alles maar goed vond, die mij 's avonds naar boven liet gaan en die niet jaloers was op de hond die wel mee mocht.

Ik dank u voor uw aandacht.

- [1] J.K. Lenstra, A.H.G. Rinnooy Kan, A. Schrijver (edit): History of Mathematical Programming, A Collection of Personal Reminiscences. CWI-North Holland, 1991, Amsterdam.
- [2] George B. Dantzig and Thomas L. Saaty: Compact City, W.H. Freeman and Company, 1973, San Francisco.